Semaine 4:

Aperçu de l'électromagnétisme

Notations

Attention:

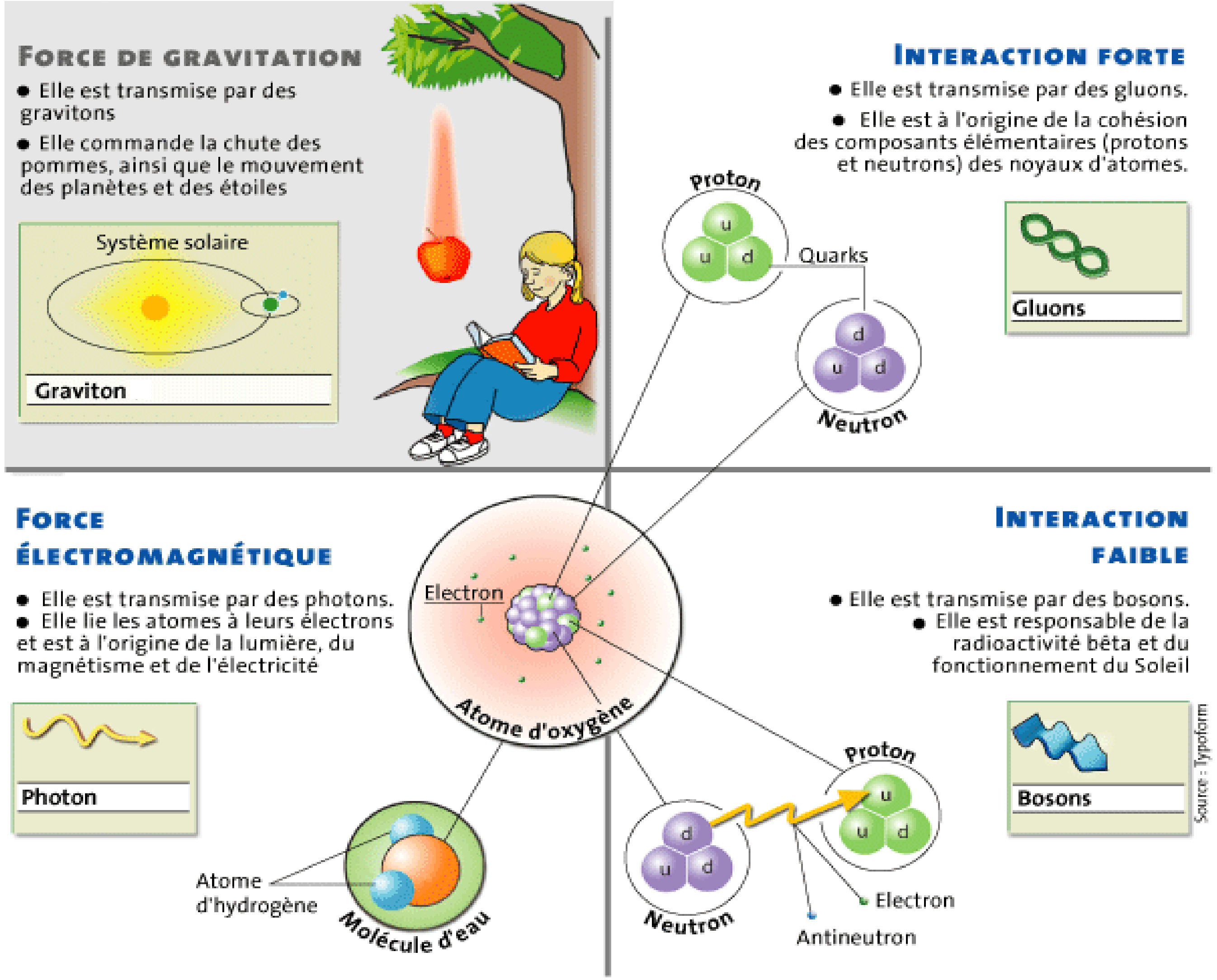
les notations dans le different references sont légerment différentes.

Par exemple:

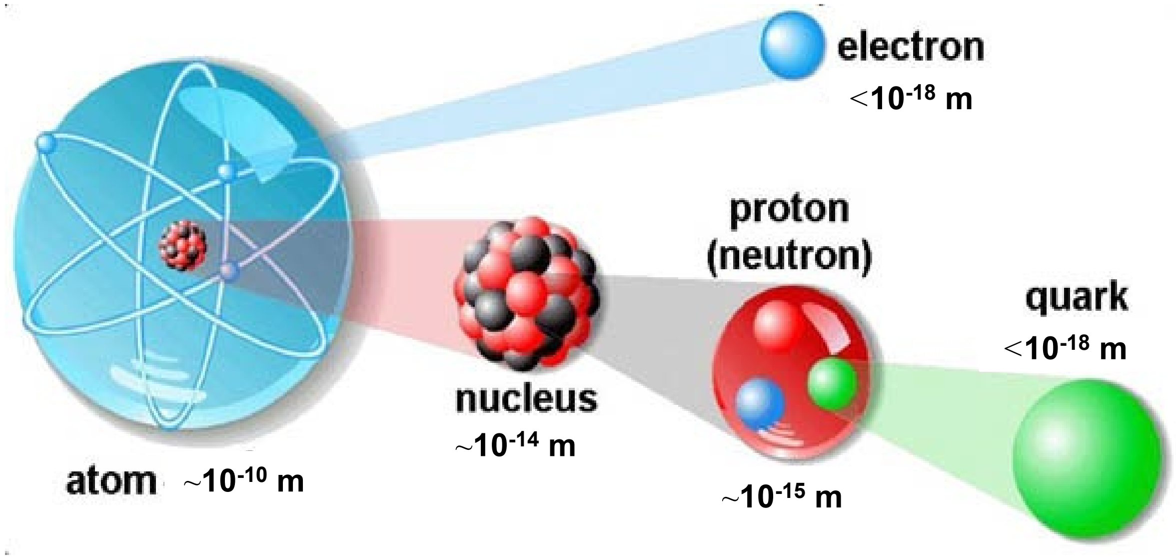
	Autres references	Diapositive de ce cours
Densité de charge totale $(\mathrm{C/m^3})$	ρ, η	ρ
Densité de charge libre $(\mathrm{C/m^3})$	ρ_f, ρ	ρ_f
Densité de courant totale $(\mathrm{A/m^2})$	$\mathbf{J}, \mathbf{j}$	$\mathbf{J}$
Densité de courant libre $(\mathrm{A/m^2})$	$\mathbf{J}_f, \mathbf{J}, \mathbf{j}_f$	$\mathbf{J}_f$
Potentielle electrique (V)	Φ, φ, V	V

Les quatre interactions (les quatre forces)

Tous les phénomènes physiques dans notre Univers proviennent de **quatre forces fondamentales**.



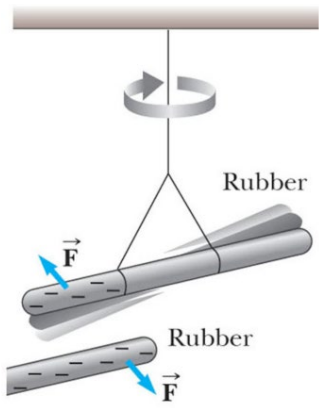
Force	Médiateurs	Rayon d'action (m)	Dépendance de la distance
Nucléaire faible	Bosons (W, Z)	10^{-18}	$1/r^7$ à $1/r^5$
Nucléaire forte	Gluons	10^{-15}	$1/r^7$
Electromagnétique	Photon	∞	$1/r^2$
Gravitation	Graviton	∞	$1/r^2$

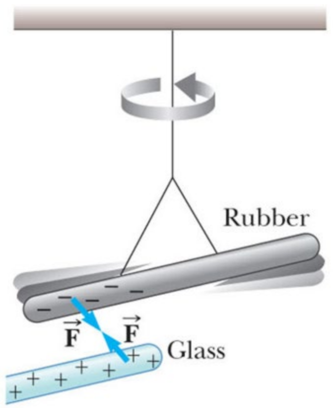


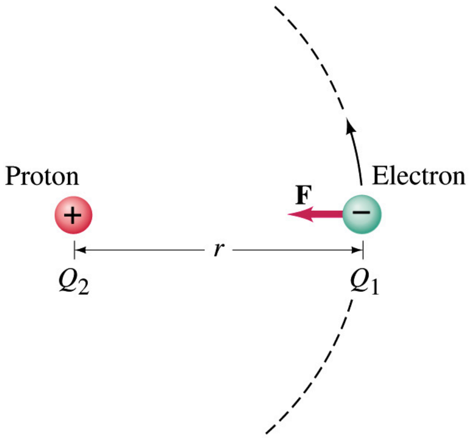
Force électromagnétique: Force de Lorentz

$$\boxed{\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})}$$

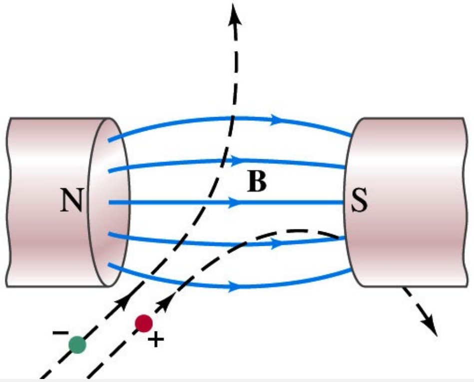
Forces “électriques”

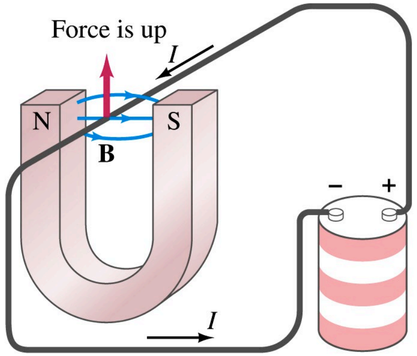


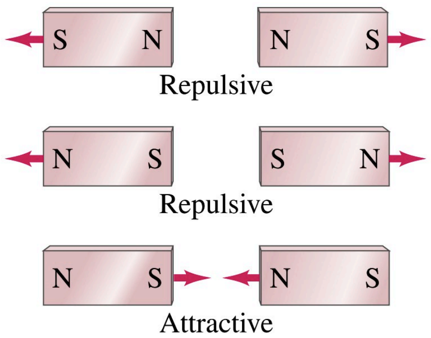




Forces “magnétiques”



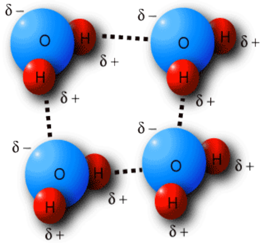


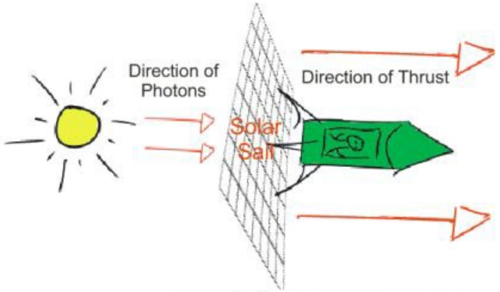


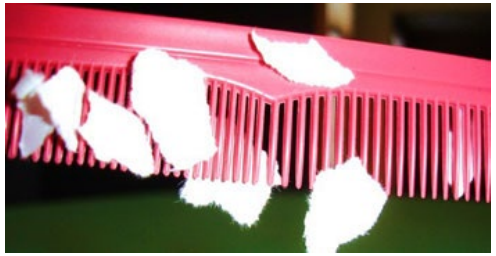
Force électromagnétique: Une force très important

Forces d'origine électromagnétiques:

Toutes les forces que nous expérimentons dans la vie quotidienne,
au-dessus de l'échelle nucléaire et à l'exception de la gravité,
sont électromagnétique !!







La charge électrique

La charge électrique est:
- quantifiée
- conservée

Quantifiée:
Toutes les particules microscopique et tous les objets macroscopique connues possèdent une charge électrique qui est un multiple entier, **positive** ou **négative,** de la charge de l'électron:

$$q = ne \quad n \in Z \quad \text{avec} \quad e = 1.602176634 \times 10^{-19}\ \text{C}$$

Conservée:
La charge totale de l'Univers et tous les systèmes fermés est constante. Une charge positive ou négative ne peut pas disparaître d'elle-même.
Une charge positive peut "annihiler" une charge négative égale (e.g., électron + positron → 2 photons), mais la charge totale reste la même.

EPFL

Charge (C)		Particule/objet
5.34×10^{-20} C	$(-1/3)e$	Quarks (down, strange and bottom)
1.07×10^{-19} C	$(2/3)e$	Quarks (up, charm and top)
1.6×10^{-19} C	e	Electron (negative), Proton (positive)
1.47×10^{-17} C	$92e$	Uranium nucleus
10^{-15} C	$\approx 10^{4}e$	Typical dust particle
10^{-12} C	$\approx 10^{7}e$	Typical microwave frequency capacitors
10^{-6} C	$\approx 10^{13}e$	Typical audio frequency capacitors
10^{-6} C	$\approx 10^{13}e$	Rubbing materials together
10^{4} C	$\approx 10^{23}e$	Alkaline AA battery
10^{5} C	$\approx 10^{24}e$	Car battery
10^{5} C	$\approx 10^{24}e$	Earth (without the atmosphere)(negative)
10^{9} C	$\approx 10^{28}e$	World's largest battery bank

Note 1:
Les **quarks**, qui sont des particules avec une **charge fractionnaire**, ne peuvent pas être séparés des hadrons (protons, neutrons, pions,..) qu'ils constituent et donc nous ne les trouvons pas «isolés».

Note 2:
Du 20 mai 2019, la charge élémentaire, notée e, est par définition *exactement* égale à:

$$e = 1.602176634 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

Jusqu'à cette date, la valeur de la charge élémentaire été:
$e = 1.6021766208(98) \times 10^{-19}$ C
où les deux chiffres entre parenthèses représentent l'incertitude expérimentale sur cette valeur.

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Qui **produit** les champs **E** et **B** ?

Les charges électrique statiques et en mouvement.

(et certaines particules atomique et subatomiques avec moment magnétique intrinsèque non nul)

Comment pouvons-nous **définir** et **calculer** les champs **E** et **B** ?

Avec les équations de Maxwell.

Electromagnétisme:
Ensemble complète d'équations

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Equations de Maxwell

$\mathbf{E}$: champ électrique (V/m)
$\mathbf{B}$: champ magnetique (T)
ρ : densité de charge totale (libre +liée) $(\mathrm{C/m^3})$
$\mathbf{J}$: densité de courant totale (libre +liée) $(\mathrm{A/m^2})$

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Force de Lorentz

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

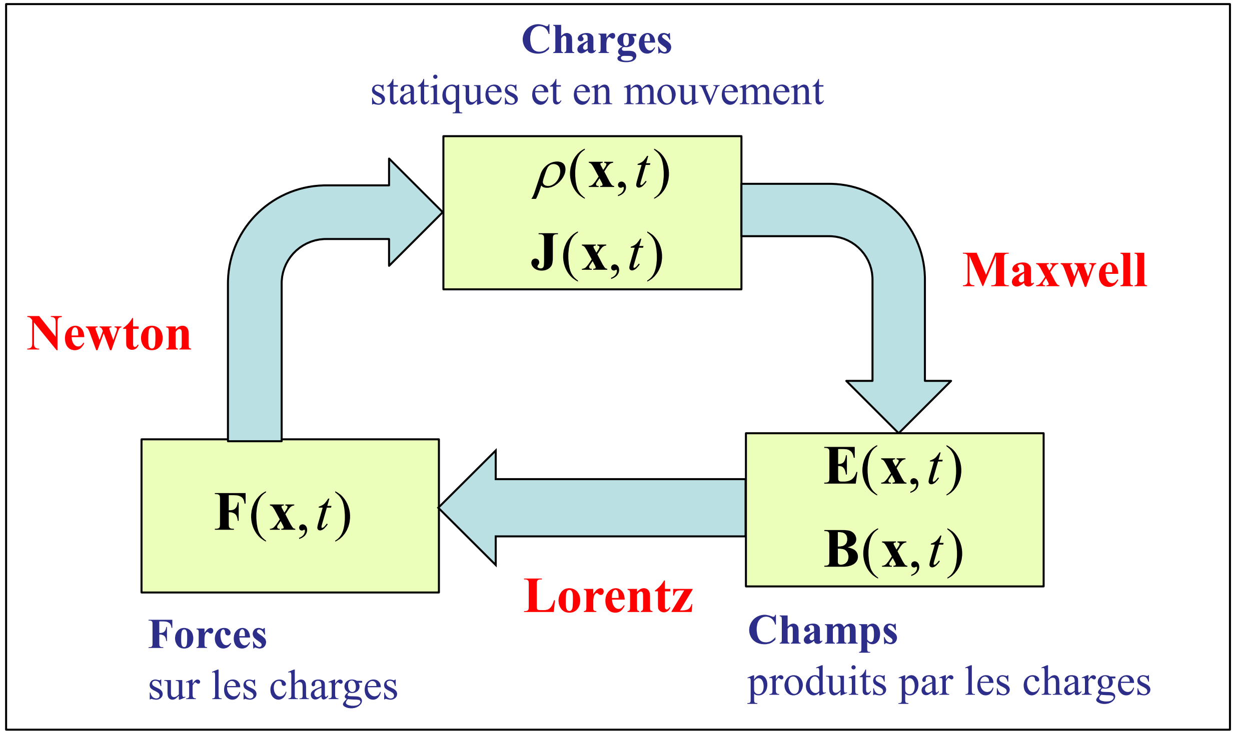
2^{eme} loi de Newton

Description complète de la dynamique classique des interactions entre particules chargées et champs électromagnétiques (électrodynamique classique)

Les équations de Maxwell sont l'expression mathématique des résultats expérimentaux.

Note: Il s'agit d'un exercice intellectuel intéressant de déduire les équations de Maxwell en utilisant uniquement des principes de symétrie, des hypothèses théoriques minimales et des apports minimaux des expériences. Une dérivation heuristique des équations de Maxwell est donnée dans Z 51.

«Problèmes d'électromagnétisme»



Newton

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

Lorentz

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Les noms des équations de Maxwell

	Forme différentielle (locale)	Forme intégrale (globale)
Loi de $\left(\text{Maxwell}\right)$-**Gauss**:	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$
Loi de $\left(\text{Maxwell}\right)$-**Faraday - Lenz**:	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$
Loi de $\left(\text{Maxwell}\right)$-**Thomson**:	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$
Loi de $\left(\text{Maxwell}\right)$-**Ampére**:	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$	$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} + \mu_0 \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$

Equations de Maxwell
(macroscopique et microscopique)

Equations microscopique:

2 Champs (**E**, **B**)
2 Sources (ρ, **J**)

Charges et courants totale («libres» + «liés»)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Equations macroscopique:

4 Champs (**E**, **D**, **B**, **H**)
2 Sources (ρ_f, $\mathbf{J}_f$)

Charges et courants «libres»

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

Equations de Maxwell: forme intégrale

Equations microscopique:

Forme Différentielle

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow$$

Forme Intégrale

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} + \mu_0 \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$$

Théorèmes mathématiques de Gauss et Stokes

Equations macroscopique:

Forme Différentielle

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$\Longrightarrow$

Théorèmes mathématiques de Gauss et Stokes

Forme Intégrale

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \rho_f \, dV$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J}_f \cdot d\mathbf{s} + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$$

Lien entre les équations micro- et macroscopiques

Equations Microscopiques:

$$\nabla\cdot\mathbf{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$
$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0$$
$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$$

Equations Macroscopiques:

$$\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho_f$$
$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0$$
$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{J}_f+\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\rho(\mathbf{x})=\rho_f(\mathbf{x})-\nabla\cdot\mathbf{P}(\mathbf{x})$$
$$\mathbf{J}(\mathbf{x})=\mathbf{J}_f(\mathbf{x})+\nabla\times\mathbf{M}(\mathbf{x})+\frac{\partial\mathbf{P}(\mathbf{x})}{\partial t}$$

$$\mathbf{D}=\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P}$$
$$\mathbf{H}=\frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}-\mathbf{M}$$

$\mathbf{P}$: densité des dipôles électriques ($\mathbf{P}=0$ dans le vide)

$\mathbf{M}$: densité de dipôles magnétiques ($\mathbf{M}$=0 dans le vide)

Autres quantités et relations:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \qquad \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \qquad \mathbf{H} = (1/\mu)\mathbf{B}$$

$\chi_e \triangleq \dfrac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0 \mathbf{E}}$ Susceptibilité électrique

$\chi_m \triangleq \dfrac{\mathbf{M}}{\mathbf{H}}$ Susceptibilité magnétique

$\varepsilon \triangleq \dfrac{\mathbf{D}}{\mathbf{E}}$ Permittivité électrique (ou constante diélectrique)

$\mu \triangleq \dfrac{\mathbf{B}}{\mathbf{H}}$ Perméabilité magnétique

Materiau linéare isotrope:

$(\chi_e, \chi_m, \varepsilon, \mu)$ *scalaires* (dépendants du matériau, de la température, de la fréquence, ...)

Matériau non-linéaire isotrope:

$(\chi_e, \chi_m, \varepsilon, \mu)$ *scalaires* (dépendants du matériau, de la température, de la fréquence, de $|\mathbf{E}|$ et/ou $|\mathbf{B}|$, ...)

Matériau linéare non-isotrope:

$(\chi_e, \chi_m, \varepsilon, \mu)$ *tensors* (dépendants du matériau, de la température, de la fréquence, de la direction de **E** et/ou **B**,....)

Matériau non-linéaire avec hystérèse isotrope:

$(\chi_e, \chi_m, \varepsilon, \mu)$ *scalaires* (dépendants du matériau, de la température, de la fréquence, de $|\mathbf{E}|$ et/ou $|\mathbf{B}|$, des valeurs précedentes de **E** et/ou **B**,...)

Le noms des «quantités électromagnétiques» (et leur unités SI)

E: champ électrique (V/m)
B: champ magnétique ou induction magnétique (T)
D: induction électrique ou déplacement électrique (C/m^2)
H: champ magnétique (A/m)

CHAMPS

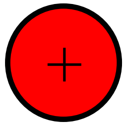
ρ: densité de charge électrique (C/m^3)
J: densité de courant électrique (A/m^2)
P: densité des dipôles électriques ou polarisation (C/m^2)
M: densité de dipôles magnétiques ou aimantation (A/m)

SOURCES

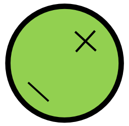
A: potentiel vecteur (T/m)
V: potentiel scalaire (V)

POTENTIELS

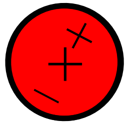
Charges et courants «libres» et «liées»



Molécule ou atome «chargé»
(i.e., positive ou négative) fixe
ou libre de bouger
(Charge «libre»)



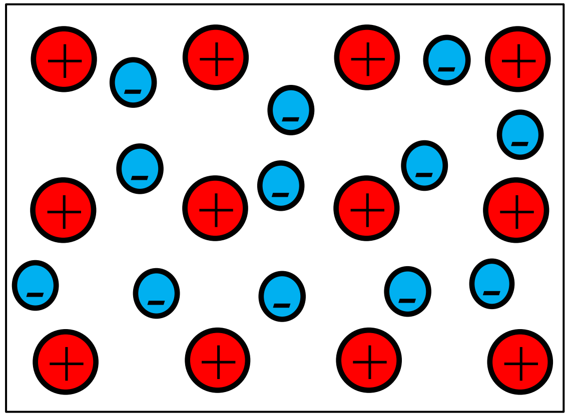
Molécule ou atome «neutre» fixe ou libre
de bouger avec distribution des charges non uniforme
(e.g., dipôle électrique).
(Charges «liées»)

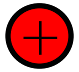


Molécule ou atome «chargé» fixe ou libre
de bouger avec distribution des charges non uniforme
(e.g., dipôle électrique).
(Charges «liées» et Charge «libre»)

Charges «liées»: La charge électrique totale contenue dans un volume correspondent à la taille de la molecule/atome est nulle. Cependant, la distribution de la charge n'est pas uniforme dans la molecule/atome et produit donc un champ électrique aussi à l'extérieur de la molécule. Puisqu'ils produisent également un champ électrique, ils doivent être considérés comme des sources du champ électrique. Il s'agit de charges «liées» dans le sens où, à courte distance dans le volume de la même molécule/atome, les charges d'un signe ont des charges correspondantes de signe opposé.
Évidemment, nous ne pouvons considérer que la densité de charge totale, mais dans de nombreux problèmes, il est pratique de pouvoir séparer les charges libres des charges liées, en utilisant les équations macroscopiques ou microscopiques de Maxwell selon celles qui sont les plus faciles à appliquer.

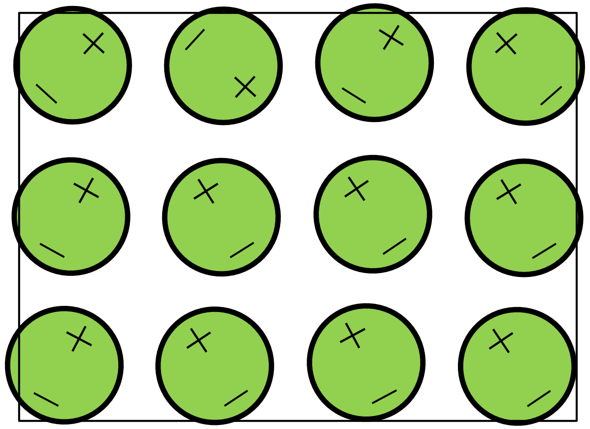
Conducteurs

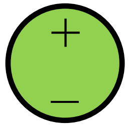


 Atome fixe avec manque d'électrons (ion positif). **(Charge «libre»)**

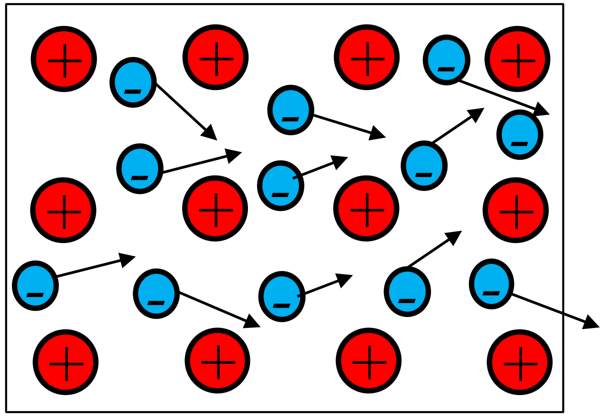
 Electron «libre» de bouger. **(Charge «libre»)**

Isolants



 Molécule ou atome «neutre» fixe ou libre de bouger avec distribution des charges non uniforme (e.g., dipôle électrique). **(Charges «liées»)**

Conducteurs

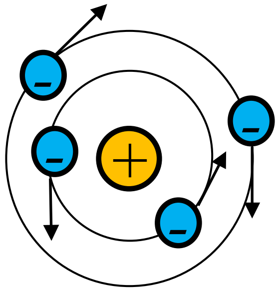


 Atome fixe avec manque d’électrons (ion positif)

 Electron «libre» de bouger

Mouvement des électrons «libre» dans un conducteur
(Courant «libre»)

Conducteurs et isolants



 *Noyau atomique*

 *Electron «lié» au noyau*

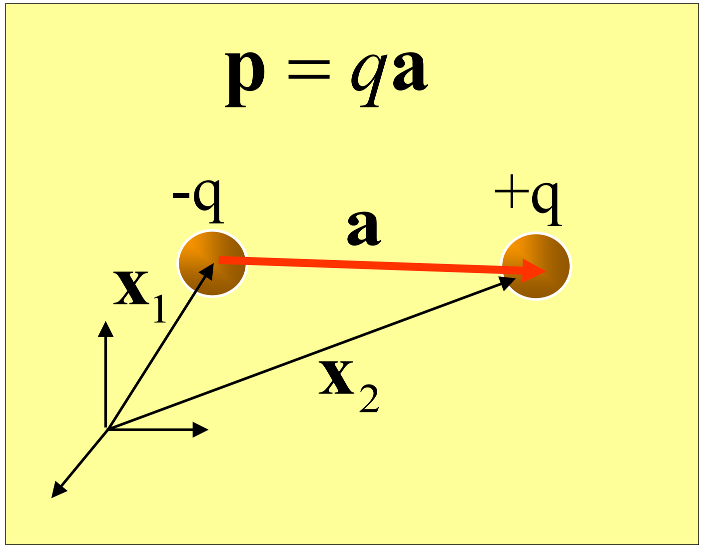
Mouvement des électrons dans un atome autour du noyau **(Courant «lié»)**

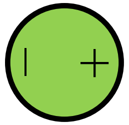
Courant «lié»: Vue « classique » (i.e., non quantique): le mouvement autour du noyau des électrons détermine un courant «lié» total non nul ou nul. Le courant «lié» peut être considéré comme un courant non dissipatif localisé dans l'atome en raison du mouvement des électrons. Ce courant «lié» produit un champ magnétique comme un courant «libre». Si le courant «lié» est non nul, l’atome a un moment magnétique orbital non nul.
L'atome peut également posséder un moment magnétique non orbital (donc non associé au mouvement autour du noyau des électrons) en raison du moment magnétique intrinsèque (spin) de chaque électron e du noyau. Voir plus tard dans le cours.

Dipôle électrique

$$\mathbf{p}_n = \sum_{i(\text{charges})} q_{i,n}\mathbf{x}_{i,n}$$

$\mathbf{p}_n$: Dipôle électrique de la molécule *n*





Notes:

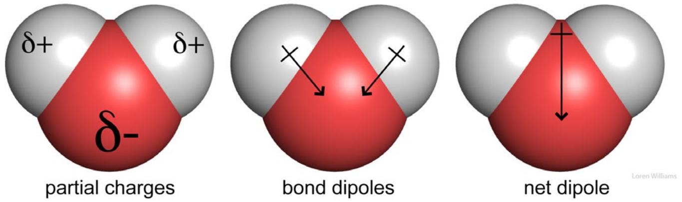
1) Définitions équivalentes du dipôle électrique (Z 91)

$$\mathbf{p}_n = \int_V \rho(\mathbf{x})\mathbf{x}dV = \sum_{i(\text{charges})} q_{i,n}\mathbf{x}_{i,n}$$

2) La valeur numérique du dipôle électrique
étant indépendante de l'origine du référentiel
seulement si la charge totale du système est nulle (Z 92)

3) Example: La molécule d'eau (H_2O)
La molécule d'eau a un dipôle électrique non nul parce que
la liaison chimique "deplace" les charges négatives $\left(\text{électrons}\right)$ des
atomes d'hydrogène vers l'atome d'oxygène.

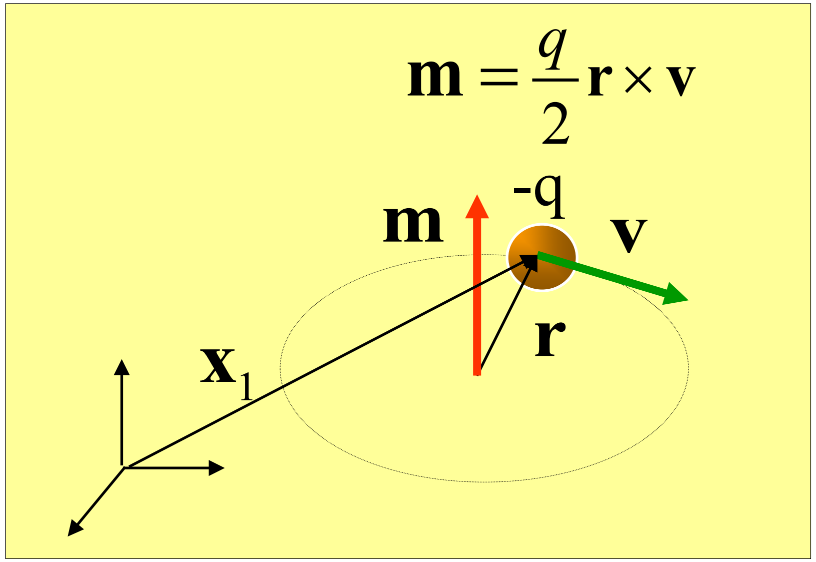
H_2O

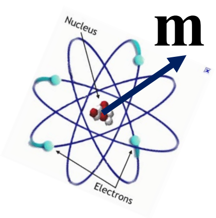


Dipôle magnétique

$$\mathbf{m}_n = \sum_{i(\text{charges})} \frac{q_i}{2} \mathbf{x}_{i,n} \times \mathbf{v}_{i,n}$$

$\mathbf{m}_n$:Dipôle magnétique de la molécule *n*





Notes:

1) Définitions équivalentes du dipôle électrique (Z 338)

$$\mathbf{m}_n = \int_V \mathbf{x}\times\mathbf{J}(\mathbf{x})\,dV = \sum_{i(\text{charges})} \frac{q_i}{2}\mathbf{x}_{i,n}\times\mathbf{v}_{i,n}$$

2) Le dipôle magnétique des atomes et des molécules est la "somme" du dipôle magnetique orbitale des electrons et du moment magnetique intrinsèque (spin) des électrons (le dipôle magnetique du noyau est beaucoup plus petit). (Z 340)

3) La definition $\mathbf{m} = \frac{q}{2}\mathbf{x}\times\mathbf{v}$ est compatible avec la definition macroscopique pour une boucle de courant $\mathbf{m}=IA\mathbf{n}$.

$\left(I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{q}{2\pi r / v} = \frac{qv}{2\pi r},\ A=\pi r^2 \Rightarrow IA = \frac{qvr}{2}\right)$(Z 339)

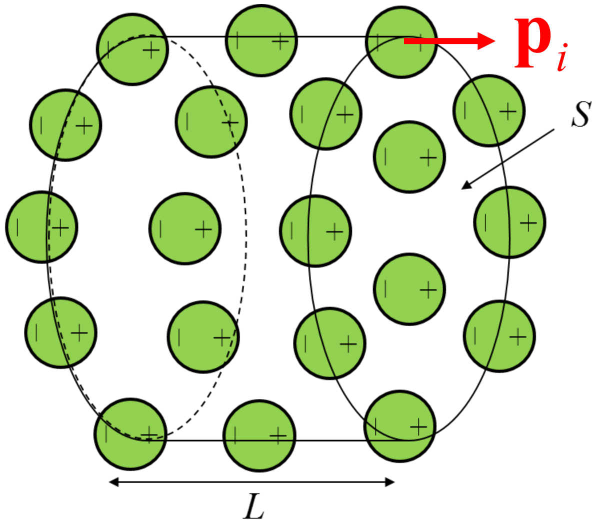
Polarisation P et aimantation M

Polarisation P

moment électrique dipolaire par unité de volume
(densité des dipôles électrique)

$$\mathbf{P} = \frac{\sum_i \mathbf{p}_i}{\Delta V} = \frac{\sum_i \mathbf{p}_i}{LS}$$

$$[\mathbf{p}_i] = \mathrm{Cm}; \quad [\mathbf{P}] = \mathrm{C/\,m^2}$$

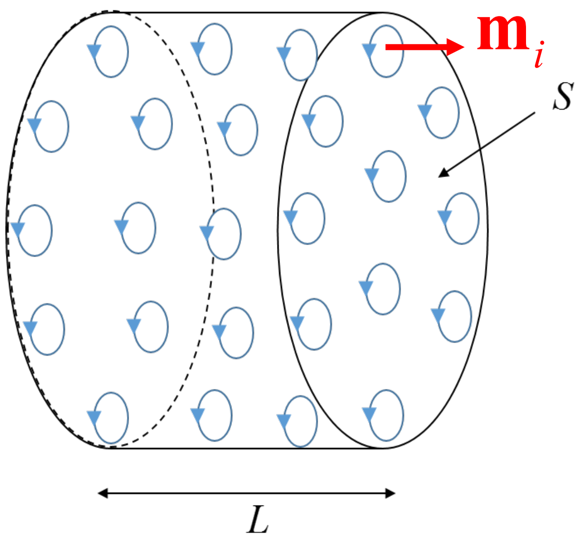


Aimantation M

moment magnétique dipolaire par unité de volume
(densité des dipôles magnétiques)

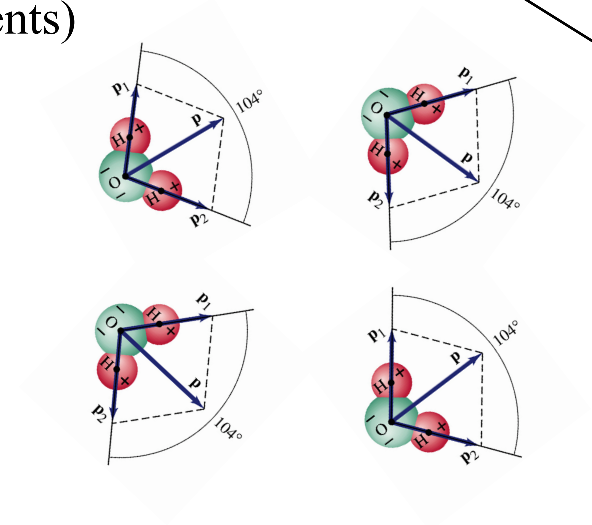
$$\mathbf{M} = \frac{\sum_i \mathbf{m}_i}{\Delta V} = \frac{\sum_i \mathbf{m}_i}{LS}$$

$$[\mathbf{m}_i] = \mathrm{Am^2}; \quad [\mathbf{M}] = \mathrm{Am^{-1}}$$



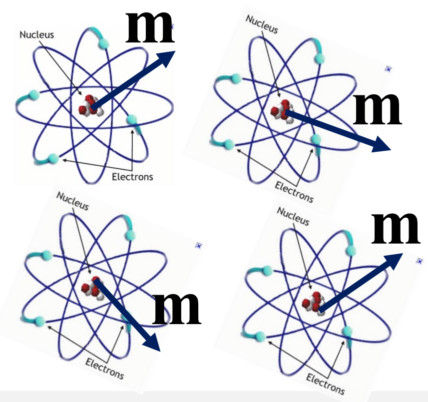
Note: En réalité, les dipôles électriques et magnétiques ne sont pas tous alignés dans la même direction, sauf à très basse température, à des champs **E** et **B** très élevés, ou dans des matériaux ferroélectriques et ferromagnétiques (voir plus tard dans le cours).

Matériaux «**diélectriques**»:
composés de **dipôles électriques** <u>microscopiques</u>
(induits par **E** ou permanents)



Dimensions
d'un atome ou
d'une molécule

Matériaux «**magnétiques**»:
composés de **dipôles magnétiques** <u>microscopiques</u>
(induits par **B** ou permanentes)



Densité de charge totale

$$\rho(\mathbf{x}) = \rho_f(\mathbf{x}) - \nabla \cdot \mathbf{P}(\mathbf{x})$$

ρ : densité de charge totale (libre +lié)

ρ_f : densité de charge libre

«charges libres»

$$\rho_f(\mathbf{x}) = \frac{1}{dV}\left(\sum_{i(\text{charges libre})} q_i\right)$$

dV contenent un grand nombre de électrons, atomes, et molécules autour de la position **x**

«charges liés»

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}) = \frac{1}{dV}\left(\sum_{n(\text{molécules})} \mathbf{p}_n\right) \qquad \mathbf{p}_n = \sum_{i(\text{charges})} q_{i,n}\mathbf{x}_{i,n}$$

$\mathbf{p}_n$: Dipôle électrique de la molécule *n*

P(x): Polarisation électrique

Densité de courant totale

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}_f(\mathbf{x}) + \nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{x}) + \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{x})}{\partial t}$$

$\mathbf{J}$: densité de courant totale (libre +lié)

$\mathbf{J}_f$: densité de courant (libre)

«courants libres»

$$\mathbf{J}_f(\mathbf{x}) = \frac{1}{dV}\left(\sum_{i(\text{charges libre})} q_i \mathbf{v}_i \right)$$

dV contenent un grand nombre de électrons, atomes, ou molécules autour de la position $\mathbf{x}$

«courants liés»

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \frac{1}{dV}\left(\sum_{n(\text{molécules})} \mathbf{m}_n \right) \qquad \mathbf{m}_n = \sum_{i(\text{charges})} \frac{q_i}{2} \mathbf{x}_{i,n} \times \mathbf{v}_{i,n}$$

$\mathbf{m_n}$:Dipôle magnétique de la molécule n

M(x): Aimantation (magnétisation)

EPFL

Sources des champs E et B

$$\rho_f(\mathbf{x}) = \frac{1}{dV}\left(\sum_{i(\text{charges libres})} q_i\right)$$

$$\mathbf{J}_f(\mathbf{x}) = \frac{1}{dV}\left(\sum_{i(\text{charges libres})} q_i \mathbf{v}_i\right)$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}) = \frac{1}{dV}\left(\sum_{n(molécules)} \mathbf{p}_n\right) \qquad \mathbf{p}_n = \sum_{i(\text{charges})} q_{i,n}\mathbf{x}_{i,n}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \frac{1}{dV}\left(\sum_{n(molécules)} \mathbf{m}_n\right) \qquad \mathbf{m}_n = \sum_{i(\text{charges})} \frac{q_{i,n}}{2}\mathbf{x}_{i,n} \times \mathbf{v}_{i,n}$$

Est-ce la seule source des champs **E** et **B** est la charge q_i (statique et en mouvement) ?

Oui, presque exactement.

(Il existe aussi le moment magnétique intrinsèque (ou spin) des particules (électrons, noyaux,…))

Potentiels

V : Potentiel scalaire (électrique) [V]

$\mathbf{A}$: Potentiel vecteur (magnétique) [T/m]

Pourquoi nous introduisons les potentiels?

Parce qu'ils simplifient souvent la solution de problèmes pratiques (et théoriques).

Définition des potentiels (compatibles avec les équations de Maxwell):

$$\boxed{\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \qquad\qquad \mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}}$$

À partir des équations de Maxwell et de définitions $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ et $\mathbf{E} = -\nabla V - \dfrac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$

nous obtenons (sans démonstration):

$$V(\mathbf{x},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{x}',t')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} dV$$

$$\boxed{t' = t - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}{c}}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{x},t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{x}',t')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} dV$$

Note:
Les potentiels à l'instant t dépendent des source au temps t'
en raison de la valeur finie de la vitesse de propagation des perturbations
électromagnétiques (c'est-à-dire, la vitesse de la lumiere c)
mais dans la grande majorité des problèmes les distances sont telles
que nous pouvons considérer $t'=t$.

Les programmes pour résoudre les problèmes électromagnétiques souvent:
1. calculent $\mathbf{A}$ et V à partir des sources $\mathbf{J}$ et ρ connues (ou déterminées par itération)
2. puis calculent $\mathbf{B}$ et $\mathbf{E}$ avec:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \qquad \mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

Force et couple de Lorentz: forme intégrale

Force et couple **sur une charge *q***:

$$\boxed{\begin{aligned}\mathbf{F} &= q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \\ \mathbf{N} &= \mathbf{r} \times q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})\end{aligned}}$$

Force totale et couple totale **sur un volume *V*** ayant une densité de charge $\rho(\mathbf{r})$ et une densité de courant $\mathbf{J}(\mathbf{r})$:

$$\boxed{\begin{aligned}\mathbf{F} &= \int_V \left(\rho\mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}\right) dV \\ \mathbf{N} &= \int_V \left(\mathbf{r} \times \rho\mathbf{E} + \mathbf{r} \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B})\right) dV\end{aligned}}$$